

# Lösungen zu Aufgabe 1 (Analysis)

1.1  $f'_c(x) = 4(x-5)(2+c(x-5))e^{cx}$

$f'_c(x) = 4(cx^2 + 2(1-5c)x + 25c-10)e^{cx}$

$f''_c(x) = 4(c^2x^2 + 2c(2-5c)x + 2-20c+25c^2)e^{cx}$

~~$(4c^2x^2 + 8cx - 40cx - 40 + 100c)e^{cx}$~~

Nullstellen:  $x_1 = 5$  doppelt

Symmetrie: keine besondere, da  $f_c(-x) \neq f_c(x), f_c(-x) \neq -f_c(x)$

Asymptoten:  $x \rightarrow -\infty, y = 0$   
 $x \rightarrow +\infty, y = 4x^2 \cdot e^{cx} \quad (c > 0)$

Extremstellen:  $x_2 = 5, x_3 = 5 - \frac{2}{c}$

Min/Max:  $x_2: f''_c(5) = 8 \cdot e^{5c} > 0$  Minimum

$x_3: f''_c(5 - \frac{2}{c}) = -8 \cdot e^{5c-2} < 0$  Maximum

1.2 Maximum:  $(5 - \frac{2}{c} | \frac{16}{c^2} \cdot e^{5c-2})$

$x = 5 - \frac{2}{c} \Rightarrow c = -\frac{2}{x-5}$

eingesetzt in  $y$ :  $y = 4(x-5)^2 \cdot e^{-\frac{2x}{x-5}}$

1.3 1.3.1  $f_c(0) = 100 \quad (0|100)$

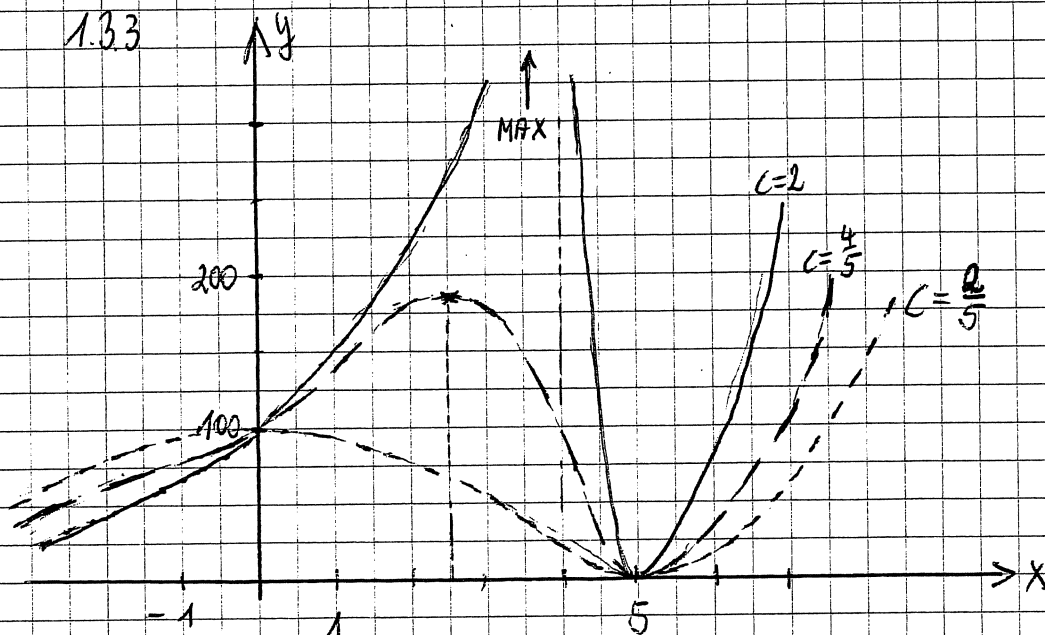
$f_c(5) = 0 \quad (5|0)$

1.3.2  $c = 2: (4 | 4 \cdot e^8) = (4 | 11923,8...)$

$c = \frac{4}{5}: (\frac{5}{2} | 25 \cdot e^{+2}) = (2,5 | 184,7...)$

$c = \frac{2}{5}: (0 | 100)$

1.3.3



$$1.4 \int 4(x^2 - 10x + 25) e^{\frac{2}{5}x} dx =$$

$$= 4 \cdot \left[ (x^2 - 10x + 25) \cdot \frac{5}{2} \cdot e^{\frac{2}{5}x} - \int (2x - 10) \cdot \frac{5}{2} \cdot e^{\frac{2}{5}x} dx \right]$$

$$= \dots = (10x^2 - 150x + 625) \cdot e^{\frac{2}{5}x} + C$$

eventuell auch mit Ansatz:  $F(x) = (ax^2 + bx + c) e^{\frac{2}{5}x} + C$

1/4

$$1.5 f_{\frac{2}{5}}(x) = p(x) \Rightarrow 4 \cdot (x-5)^2 \cdot e^{\frac{2}{5}x} = 4 \cdot (x-5)^2$$

$$1. \text{ Fall: } x_1 = 5$$

$$2. \text{ Fall: nach Division durch } 4 \cdot (x-5)^2:$$

$$e^{\frac{2}{5}x} = 1$$

$$\Rightarrow x_2 = 0$$

$$H = \int_0^5 (f_{\frac{2}{5}}(x) - p(x)) dx \quad \text{da } f_{\frac{2}{5}}(x) \geq p(x) \text{ in } [0, 5]$$

$$= \left[ (10x^2 - 150x + 625) e^{\frac{2}{5}x} - \frac{4}{3} (x-5)^3 \right]_0^5$$

$$= (125e^2 - 0) - (625 + \frac{500}{3})$$

$$= 125e^2 - \frac{2375}{3} = 131,97$$

$$1.6 H(u) = \int_u^0 f_{\frac{2}{5}}(x) dx = (10x^2 - 150x + 625) e^{\frac{2}{5}x} \Big|_u^0$$

$$= 625 - (10u^2 - 150u + 625) \cdot e^{\frac{2}{5}u}$$

$$1.7 \int_{-\infty}^0 f_{\frac{2}{5}}(x) dx = \lim_{u \rightarrow -\infty} \int_u^0 f_{\frac{2}{5}}(x) dx = \lim_{u \rightarrow -\infty} H(u) = 625$$

$$1.8 \quad 1.8.1 \quad G(0) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$\text{einzige Nstelle, da } 4(t-5)^2 \cdot e^{\frac{2}{5}t} \geq 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow G(x) < 0 \text{ für } x < 0, G(x) > 0 \text{ für } x > 0$$

$$1.8.2 \quad G'(x) = f_{\frac{2}{5}}(x) \geq 0 \text{ für } x > 0$$

$$\Rightarrow G \text{ monoton steigend}$$

$$1.8.3 \quad G'(x) = f_{\frac{2}{5}}(x) \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow x_2 = 5 \text{ Extr.stelle}$$

$$G''(x) = f'_{\frac{2}{5}}(x) \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow x_2 = 5 \text{ Wendestelle}$$

GK/34

LK/34

# Lösungen zu Aufgabe 2 (Lineare Algebra)

2.1 2.1.1 HPMe:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} a+5 \\ -4a+4 \\ a+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a \in \mathbb{R}$

2.1.2  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

2.1.2  $h \perp g_a$ , da:  $\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$

2.1.3  $g_a \parallel g_b$ , da alle den gleichen Richtungspr. besitzen

2.2 Alle  $g_a$  parallel und alle  $g_a$  schneiden  $h \Rightarrow g_a \subset E$

$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{n}_E^* = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{n}_E = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

NP E:  $2x + y + 2z - 26 = 0 \quad \|\vec{n}_E\| = 3$

2.3 2.3.1 HNF E:  $\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y + \frac{2}{3}z - \frac{26}{3} = 0$

$d(0, E) = -\frac{26}{3}$

2.3.2  $S_x = (13/0/0), S_y = (0/26/0)$

$S_z = (0/0/13)$

2.3.3 Grundvektoren:  $\vec{S}_x \vec{S}_y = \begin{pmatrix} -13 \\ 26 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{S}_x \vec{S}_z = \begin{pmatrix} -13 \\ 0 \\ 13 \end{pmatrix}$

$\vec{S}_x \vec{S}_y \times \vec{S}_x \vec{S}_z = \begin{pmatrix} 338 \\ 169 \\ 338 \end{pmatrix} \quad G = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{257049} = 253,5$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3} G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 253,5 \cdot \frac{26}{3} = 732,3$

2.4 2.4.1 Winkel zwischen  $\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$  und  $\vec{n}_E = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\cos \alpha = \frac{18}{\sqrt{54} \cdot \sqrt{9}} = 0,816 \quad \alpha = 35,3^\circ$

2.4.2  $g_{\text{Bed}} \cap E = \{S\}$

$2 \cdot (2+5\lambda) + (2-2\lambda) + 2 \cdot (1+5\lambda) = 26 = 0$

$18\lambda - 18 = 0 \Rightarrow \lambda = 1$

$$\Rightarrow S = (7|0|6)$$

$$2.4.3 \quad S \in g_a \text{ oder } g_a \cap g_{Ball} = \{S\}$$

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+5 \\ -4a+4 \\ a+6 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} \xrightarrow{\quad} \lambda = 1 \\ \xrightarrow{\quad} \lambda = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow a = 1 \end{array}$$

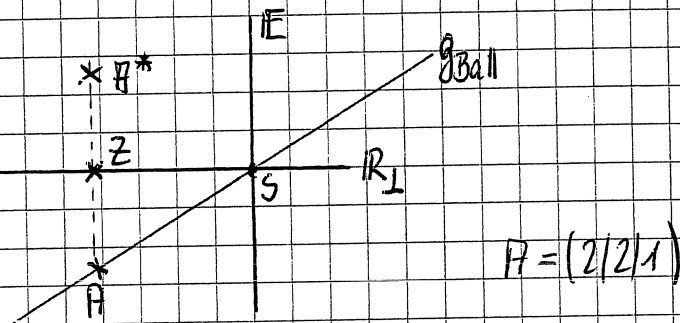
$$\Rightarrow g_a = g_1$$

$$2.4.4 \quad R: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad w_R^* = \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$w_R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} (= \vec{n}_{g_a})$$

$$R: \underset{2}{x} - \underset{1}{z} - 1 = 0$$

2.4.5



$$w_{R_L} = w_R \times w_E = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} (= \vec{n}_H)$$

$$g_{H \cap R}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$g_{H \cap R} \cap R_L = \{Z\}; \text{ Nf } R_L: \underset{7}{x} - \underset{0}{4y} + \underset{6}{z} - 13 = 0$$

$$(2+\lambda) - 4(2-4\lambda) + (1+\lambda) - 13 = 0$$

$$18\lambda - 18 = 0 \quad \lambda = 1$$

$$\Rightarrow Z = (3|-2|2)$$

Mit  $\perp$  Gerade  
aus H

$$S_2 = (6|4|5)$$

$$\vec{OH}^* = (10|6|9)$$

↑  
auf andere Seite!

$$\vec{OH}^* = \vec{OH} + 2\vec{HZ} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$H^* = (4|-6|3)$$

$$g_{\text{refl}}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{s}_{H^*} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

GK/2

1/2

3

LK/5

2.5. NNF E:  $\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y + \frac{2}{3}z = \frac{26}{3} = 0$

$g_{\text{Bar}}$  in NNF E mit Abstand  $\pm 3$

$\Rightarrow$

$$\frac{2}{3}(2+5\lambda) + \frac{1}{3}(2-2\lambda) + \frac{2}{3}(1+5\lambda) - \frac{26}{3} = \pm 3$$

$\Rightarrow$

$$\frac{18}{3}\lambda - \frac{18}{3} = \pm 3$$

$\Rightarrow$

$$\lambda = 1 \pm \frac{1}{2}$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}, \lambda_2 = \frac{3}{2}$$

$$M_1 = \left( \frac{9}{2} \mid 1 \mid \frac{7}{2} \right), M_2 = \left( \frac{19}{2} \mid -1 \mid \frac{17}{2} \right)$$

2.6.  $M_1$  in NFE:  $2 \cdot \frac{9}{2} + 1 + 2 \cdot \frac{7}{2} - 26 = -9 < 0$

H in NFE:  $2 \cdot 2 + 2 + 2 \cdot 1 - 26 = -18 < 0$

$M_2$  in NFE:  $2 \cdot \frac{19}{2} - 1 + 2 \cdot \frac{17}{2} - 26 = +9 > 0$

$\Rightarrow M_1$  und H liegen auf derselben Seite

von E  
 $M_2$  liegt auf der anderen Seite

LK/31

GK/28

# Lösungen zu Aufgabe 3 (Analytische Geometrie)

3.1 3.1.1  $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{AC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} \quad \vec{n}_E^* = \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{pmatrix} 8 \\ -24 \\ 20 \end{pmatrix}$

$\vec{n}_E = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Nf } E: \underset{6}{2x} - \underset{-18}{6y} + \underset{-10}{5z} + 22 = 0$

3.1.2  $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{FC} = \begin{pmatrix} p_1 - 1 \\ p_2 - 9 \\ p_3 - 6 \end{pmatrix}$

$\vec{AB} = \pm 2 \vec{QC} \Rightarrow \begin{matrix} 2 = \pm (2p_1 - 2) & p_1 = 2 & p_1 = 0 \\ 4 = \pm (2p_2 - 18) & p_2 = 11 & p_2 = 7 \\ 4 = \pm (2p_3 - 12) & p_3 = 8 & p_3 = 4 \end{matrix}$

$\vec{AB} = \pm \vec{QC} \Rightarrow \begin{matrix} 4 = \pm (p_1 - 1) & p_1 = 5 & p_1 = -3 \\ 8 = \pm (p_2 - 9) & p_2 = 17 & p_2 = 1 \\ 8 = \pm (p_3 - 6) & p_3 = 14 & p_3 = -2 \end{matrix}$

$Q_1 = (2|11|8), Q_2 = (0|7|4), Q_3 = (5|17|14), Q_4 = (-3|1|-2)$

3.1.3 Nf E:  $2x - 6y + 5z + 22 = 0 \quad \vec{n}_E = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix}$

Nf  $x_y$ :  $z = 0 \quad \vec{n}_{x_y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

da  $\vec{n}_E \neq \vec{n}_{x_y}$  ist  $E \cap E_{x_y} \neq \emptyset$

$\vec{u}_{\text{Schnitt}} = \vec{n}_E \times \vec{n}_{x_y} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \vec{u}_g = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Gemeinsamer Punkt: z.B.  $z=0, x=5, y=-2$

$\Rightarrow$  gSchnitt:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_E \cdot \vec{n}_{x_y}|}{\|\vec{n}_E\| \cdot \|\vec{n}_{x_y}\|} = \frac{5}{\sqrt{65}} = 0,620$

$\Rightarrow \angle(E, E_{x_y}) = 51,7^\circ$

$$3.2 \quad 3.2.1 \quad \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 4 \\ a \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} \rightarrow \lambda = -\frac{5}{3} \text{ W!} \\ \rightarrow \lambda = -\frac{3}{2} \text{ W!}$$

$$3.2.2 \quad g_a \cap h: \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} +3 \\ +2 \\ +2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3 & -3 & -12 \\ 4 & -2 & 0 \\ 6 & -2 & 3-a \end{pmatrix} \begin{array}{l} | \cdot 4 \\ | \cdot 3 \\ | \cdot 1 \end{array} \begin{array}{l} | \cdot 2 \\ | \cdot 1 \\ | \cdot 1 \end{array} \begin{array}{l} -3 \quad -3 \\ 0 \quad -18 \\ 0 \quad -8 \end{array} \begin{array}{l} -12 \\ -48 \\ -21-a \end{array}$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{8}{3} \rightarrow a = \frac{1}{3} \rightarrow \lambda = -\frac{20}{3}$$

für  $a = \frac{1}{3}$

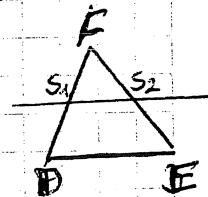
$$3.2.3 \quad g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 11 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$g_2 \nparallel h$ , da  $\vec{u}_{g_2} \neq \lambda \cdot \vec{u}_h$

nach 3.2.1 ist  $g_2 \cap h = \emptyset$

$\Rightarrow$  windschief

$$3.2.4 \quad l: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad l \nparallel h$$



$l \cap g_{DF}$ :

$$g_{DF}: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -7 & -2 \\ 2 & 6 & 4 \\ 2 & -4 & -1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} | \cdot 2 \\ | \cdot 3 \\ | \cdot 3 \end{array} \begin{array}{l} | \cdot 2 \\ | \cdot 3 \\ | \cdot 3 \end{array} \begin{array}{l} +3 \quad -7 \\ 0 \quad -32 \\ 0 \quad -2 \end{array} \begin{array}{l} -2 \\ -16 \\ -1 \end{array}$$

$$\mu = \frac{1}{2}, \lambda = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S_1 = \left( \frac{5}{2} \mid 1 \mid 5 \right)$$

$l \cap g_{EF}$ :

$$g_{EF}: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 10 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -10 & -5 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & -6 & -3 \end{pmatrix} \begin{array}{l} | \cdot 2 \\ | \cdot 3 \\ | \cdot 3 \end{array} \begin{array}{l} | \cdot 2 \\ | \cdot 3 \\ | \cdot 3 \end{array} \begin{array}{l} 3 \quad -10 \\ 0 \quad -32 \\ 0 \quad -2 \end{array} \begin{array}{l} -5 \\ -16 \\ -1 \end{array}$$

$$\mu = \frac{1}{2}, \lambda = 0$$

$$\Rightarrow S_2 = \left( -1 \mid 0 \mid 4 \right)$$

noch zu 3.2.4

$$H_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} \|\vec{DE} \times \vec{DF}\| = \frac{1}{2} \left\| \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix} \right\|$$
$$= \frac{1}{2} \left\| \begin{pmatrix} -20 \\ -2 \\ 32 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{17 \cdot 21}$$

$$H_{\triangle SS_2F} = \frac{1}{2} \|\vec{FS_1} \times \vec{FS_2}\| = \frac{1}{2} \left\| \begin{pmatrix} -7/2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \right\|$$
$$= \frac{1}{2} \left\| \begin{pmatrix} -5 \\ -1/2 \\ 8 \end{pmatrix} \right\| = \frac{1}{4} \sqrt{17 \cdot 21}$$

$$H_{\triangle DES_2S_1} = \frac{3}{4} \sqrt{17 \cdot 21}$$

$$\Rightarrow H_1 : H_2 = 1 : 3$$

Grundkursanteil: 3.2.4.

$$k: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad l: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Normale zu  $l$  und  $k$ : ( $n$ )

$$1. \text{ Teil: } \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ -16 \end{pmatrix}$$

$$2. \text{ Teil: } n^* = \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ -16 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 34 \\ -68 \\ 17 \end{pmatrix}$$

$$n = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$g_{\perp}$ : (in Ebene von  $k$  und  $l$ ;  $\perp$  zu  $k, l$ )

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Senkrechte auf } \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$g_{\perp} \cap l: \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -4 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{array}{l} | \cdot 2 \\ | \cdot 1 \\ | \cdot (-2) \end{array}$$

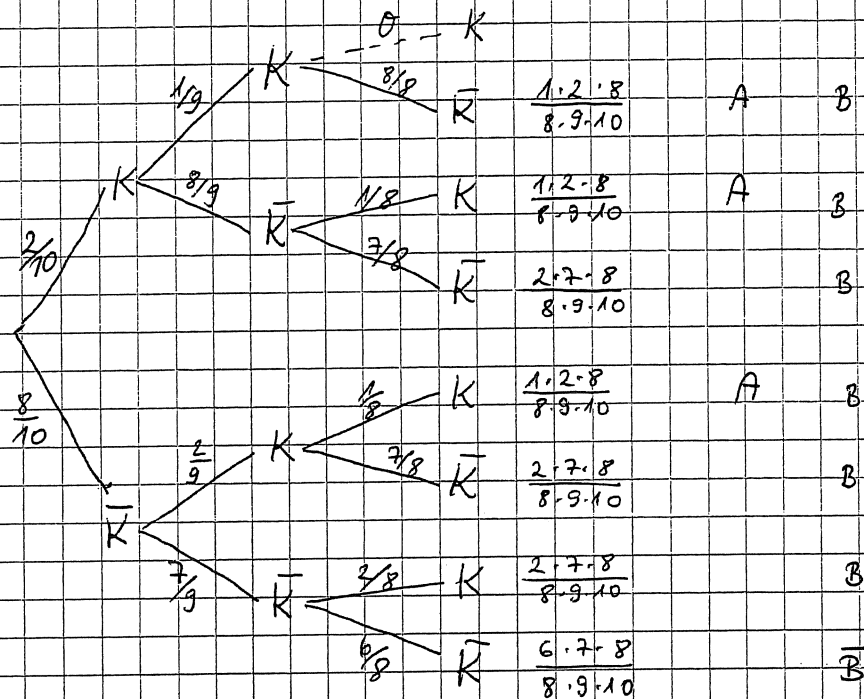
$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 0 & -8 & 8 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\lambda = -1} \mu = 1$$
$$S = (-2 | -2 | 2)$$



$$d(k, \ell) = \left\| \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{21}$$

# Lösungen zu Aufgabe 4 (Stochastik)

4.1.1.  $A = \{K, K, \bar{K}\}$ ,  $B = \{K, *, *\}$



$$P(A) = 3 \cdot \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{9 \cdot 8 \cdot 8} = \frac{1}{90} ; P(B) = 1 - P(\bar{B})$$

$$= 1 - \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{8 \cdot 9 \cdot 10} = \frac{8}{15} \approx 0,53$$

4.1.2.  $P(C) = \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{45}$

$$P(D) = \frac{2}{10} \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} \cdot 5 = \frac{5}{9}$$

4.2.  $P = \left(\frac{8}{10}\right)^4 = 0,4096$

nur LK 4.3.1.  $P(K_0) = 0,8$ ;  $P(K_r) = 0,65$ ;  $P(\text{mind 1 Übel}) = 0,95$   
 $= P(K_0 \cup K_r)$

$$P(K_0 \cup K_r) = P(K_0) + P(K_r) - P(K_0 \cap K_r)$$

$$0,95 = 0,8 + 0,65 - P(K_0 \cap K_r)$$

$$\Leftrightarrow P(K_0 \cap K_r) = 0,5$$

$$P(\text{höchstens 1 Übel}) = P(\text{nur } K_0 \text{ oder nur } K_r \text{ oder "nix"})$$

$$= P(\bar{K}_0 \cup \bar{K}_r) = P(\overline{K_0 \cap K_r})$$

$$= 1 - P(K_0 \cap K_r) = 1 - 0,5 = 0,5$$

LK/5

$$4.3.2. H_0: p_0 \geq 0,85 ; H_1: p < 0,85 ; n=100$$

$$\text{linkssseitiger Test: } 5\% \leadsto c=1,64$$

$$\mu = 100 \cdot 0,85 = 85 ; \sigma = \sqrt{85 \cdot 0,15} \approx 3,5707$$

$$A = [79,1440 ; 100] = [80, 100]$$

14

$$4.3.3. p = 0,75 \quad (p_0 \geq 0,85 \leadsto \text{linkss. Test})$$

$$P(\text{Fehler 2. Art}) = 1 - F_{100; 0,75}(79) \approx 0,1488$$

12

$$4.4. p=0,4 ; n=50 ;$$

$$4.4.1.1. B_{50; 0,4}(10) \approx 0,0000 \quad 0,0014$$

$$4.4.1.2. B_{50; 0,4}(X \geq 5) = 1 - F_{50; 0,4}(4) \approx 1$$

$$4.4.1.3. B_{50; 0,4}(X < 20) = F_{50; 0,4}(19) \approx 0,4465$$

$$4.4.1.4. B_{50; 0,4}(15 \leq X \leq 25) = F_{50; 0,4}(25) - F_{50; 0,4}(14) \\ 0,9427 - 0,056 \approx 0,8867$$

17

$$4.4.2. \mu = 50 \cdot 0,4 = 20$$

$$\sigma^2 = 20 \cdot 0,6 = 12$$

$$\sigma = \sqrt{12} \approx 3,4641$$

$$\text{nur LK } 4.4.3. P(X \geq 1) \geq 0,95$$

$$\Leftrightarrow 1 - P(X=0) \geq 0,95$$

$$\Leftrightarrow 0,05 \geq P(X=0) = B_{n; 0,4}(0)$$

$$\Leftrightarrow 0,05 \geq \binom{n}{0} \cdot 0,4^0 \cdot 0,6^n$$

$$\Leftrightarrow 0,05 \geq 0,6^n$$

$$\Leftrightarrow n \geq \log_{0,6} 0,05 \approx 5,9$$

Er müsste mindestens 6 Eier entnehmen.

LK/5

LK/33

GK/23