

### Aufgabe 4 Kosten und Gewinne

Ein Betrieb stellt aus den Rohstoffen  $R_1, R_2, R_3$  und  $R_4$  die Zwischenprodukte  $Z_1, Z_2, Z_3$  und  $Z_4$  her und aus diesen die Endprodukte  $E_1, E_2$  und  $E_3$ .

Der Materialfluss in Mengeneinheiten (ME) ist folgenden Tabellen zu entnehmen.

	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$		$E_1$	$E_2$	$E_3$		$E_1$	$E_2$	$E_3$
$R_1$	a	b	0	0	$Z_1$	2	0	0	$R_1$	5	12	0
$R_2$	0	c	d	0	$Z_2$	1	4	0	$R_2$	2	11	1
$R_3$	0	0	e	0	$Z_3$	0	3	1	$R_3$	0	12	4
$R_4$	0	0	f	g	$Z_4$	1	0	2	$R_4$	2	3	5

- a) Geben Sie die zugehörigen Matrizen  $A_{RZ}$ ,  $A_{ZE}$  und  $A_{RE}$ . Berechnen Sie die fehlenden Werte der Rohstoff-Zwischenprodukt-Matrix.
- b) Wegen eines Umbaus soll das Rohstofflager weitgehend geräumt werden. Dabei sollen zwei Bedingungen erfüllt werden:
  - i) Die Lagerbestände von  $R_2$  und  $R_3$  sollen vollständig aufgebraucht werden.
  - ii) Von  $R_1$  und  $R_4$  soll gleich viel übrig bleiben.

Der Lagerbestand beträgt 1 000 ME von  $R_1$ , 720 ME von  $R_2$ , 960 ME von  $R_3$  und 1 000 ME von  $R_4$ . Untersuchen Sie, ob die beiden obigen Bedingungen erfüllt sind, wenn 80 ME von  $E_1$ , 40 ME von  $E_2$  und 120 ME von  $E_3$  produziert werden.
- c) Der Betrieb erhält einen Auftrag über 200 ME von  $E_1$ . Bestimmen Sie die Gesamtkosten für diesen Auftrag, wenn folgendes gilt:
  - i) Die Rohstoffkosten in GE pro ME betragen: 1 für  $R_1$ , 3 für  $R_2$ , 4 für  $R_3$  und 2 für  $R_4$ .
  - ii) Die Fertigungskosten in GE je ME eines Zwischenprodukts betragen: 1 für  $Z_1$ , 1 für  $Z_2$ , 3 für  $Z_3$  und 4 für  $Z_4$ .
  - iii) Die Fertigungskosten je ME des Endproduktes  $E_1$  betragen 2 GE.
  - iv) Die Fixkosten betragen 400 GE.
- d) Durch eine Änderung im Produktionsablauf werden die Fertigungskosten für die Zwischenprodukte und für die Endprodukte voneinander abhängig. Mit der Einschränkung:  $0 < x < 2$  gilt:

Kosten	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$	Kosten	$E_1$	$E_2$	$E_3$
GE/ME	$2 - x$	$2 - x$	$4 - x$	$5 - x$	GE/ME	$3 - x$	$4 - x$	$5 - x$

Es werden 200 ME von  $E_1$ , 100 ME von  $E_2$  und 300 ME von  $E_3$  bestellt. Ermitteln Sie unter der Voraussetzung, dass sich die Rohstoffkosten [Teil c) i)] nicht ändern und die Fixkosten 1000GE betragen, den Wert für  $x$ , für den die Gesamtkosten für diesen Auftrag 32.000 GE betragen.

- e) Die Endprodukte können nach einer weiteren Umstellung aus produktionsspezifischen Gründen nur im Verhältnis  $E_1 : E_2 : E_3 = 2 : 1 : 3$  produziert werden.

Eine Produktion besteht demnach aus  $2t$  ME von  $E_1$ ,  $t$  ME von  $E_2$  und  $3t$  ME von  $E_3$ , mit ( $100 < t < 1.200$ ). Die Fixkosten betragen 4000 GE pro Produktion.

Für die Herstellungskosten der Endprodukte bzw. die Verkaufspreise der Endprodukte gilt:

<b>Kosten</b>	$E_1$	$E_2$	$E_3$
GE/ME	$29 - 0,5\ln(t)$	$130 - 2\ln(t)$	$54 - 1,5\ln(t)$

<b>Preis</b>	$E_1$	$E_2$	$E_3$
GE/ME	$42 - 2\ln(t)$	$145 - 4\ln(t)$	$65 - 3\ln(t)$

Bestimmen Sie den Wert für  $t$ , für den der Gewinn  $G(t)$  maximal wird, wenn die gesamte Produktion verkauft wird.