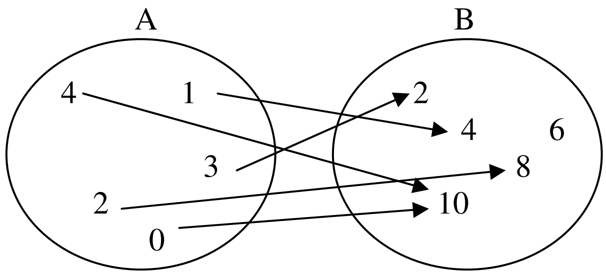
Station A: Funktionsbegriff

Aufgabe **(verpflichtend)**

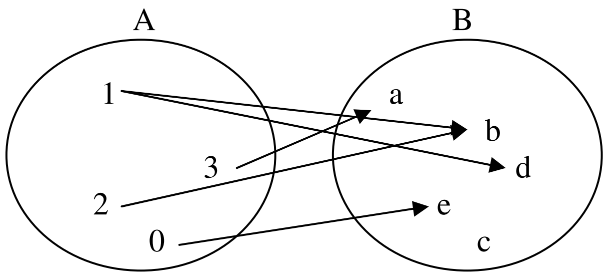
Funktion – ja oder nein? Überprüfe dein Verständnis zum Funktionsbegriff.

A)



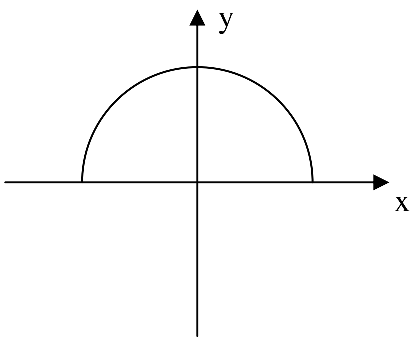
a) Nein, ein Wert aus B wird tritt als Funktionswert doppelt auf.
b) Nein, nicht jeder Wert aus B wird als Funktionswert angenommen.
c) Ja, jedem Wert aus A wird genau ein Wert aus B zugeordnet.

B)



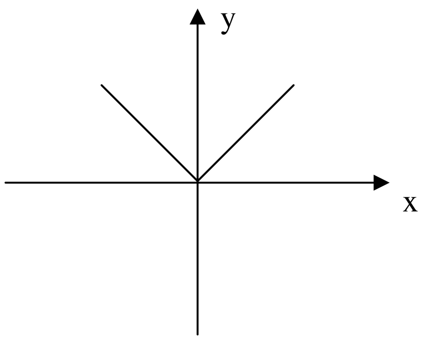
a) Nein, die Werte in B sind keine Zahlen.
b) Nein, einem Wert aus A werden mehrere Werte aus B zugeordnet.
c) Nein, nicht jeder Wert aus B wird als Funktionswert angenommen.

C)



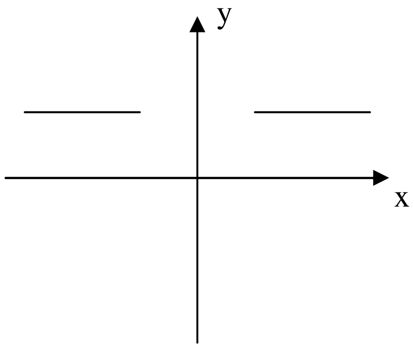
a) Nein, ein Funktionsgraph kann kein Halbkreis sein.
b) Nein, da nicht jedem x-Wert ein y-Wert zugeordnet wird.
c) Ja, da jede Parallele zur y-Achse die Kurve höchstens einmal schneidet.

D)



a) Nein, ein Funktionsgraph darf keinen Knick haben.
b) Ja, da hier eine eindeutige Zuordnung dargestellt wird.
c) Nein, da mindestens eine Parallele zur x-Achse die Kurve zweimal schneidet.

E)



a) Nein, ein Graph darf keine Lücken aufweisen.
b) Nein, hier kann die Definitionsmenge nicht angegeben werden.
c) Ja, jedem x-Wert aus der Definitionsmenge genau ein y-Wert zugeordnet wird.

F)

y = 0; x ∈ R

a) Ja, jeder reellen Zahl wird ein eindeutiger Funktionswert (hier 0) zugeordnet.
b) Nein, im Funktionsterm kommt x nicht vor.
c) Nein, man kann hier keine Funktionswerte berechnen.

G)

$$f(x)=\begin{cases} x-1 & ,\text{falls } x \geq 0 \\ x+1 & ,\text{falls } x < 0 \end{cases}$$

a) Nein, hier wird den x-Werten kein eindeutiger Funktionswert zugeordnet.
b) Ja, es handelt sich um eine eindeutige Zuornung mit Fallunterscheidung.
c) Nein, man kann hier keinen Graphen zeichnen.

H)

$$y = \pm\sqrt{x^2+1} \quad ; x \in R$$

a) Nein, hier wird kein eindeutiger Funktionswert zugeordnet.
b) Ja, es handelt sich um eine eindeutige Zuordnung mit Fallunterscheidung.
c) Ja, man kann immer die Wurzel ziehen.

Erstelle eine Tabelle und trag die richtigen Lösungen zu jeder Teilaufgabe ein.

Station B: Darstellung von Funktionen

Aufgabe (verpflichtend)

Hier geht es um die verschiedenen Darstellungsmöglichkeiten von Funktionen (verbale Beschreibung, Pfeildiagramm, Wertetabelle, Graph, Funktionsterm). Ziel ist es zu erkennen, welche Funktionsdarstellungen zueinander passen / dieselbe Funktion darstellen. Das Aufgabenmaterial ist in Form eines Dominospiels vorgegeben.

Anleitung:
Schneide die Karten entlang der fetten Linien durch. Die Startkarte und die Stopkarte sind halb so groß wie die anderen.
Legt die Karten – wie beim Domino-Spiel – so untereinander, dass die Funktionsdarstellungen an aneinandergrenzende Karten zueinander passen.
Beginnt mit der Karte „Start“.

Kontrolle:
Wenn man die Karten richtig untereinander legt, ergeben die Buchstaben in der linken oberen Ecke (von oben nach unten gelesen) den Namen eines sehr bedeutenden Mathematikers, der im 18. Jahrhundert gelebt hat und auch einen Beitrag zur Entwicklung des Funktionsbegriffs geliefert hat.

N

x	1	2	3	4	...
y	2	3	4	5	...

L

START

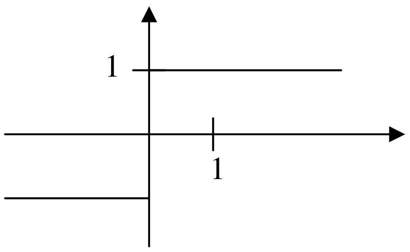
$f(x) = x + 0,5$

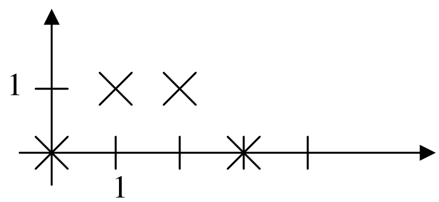
$g(z) = 2^z$

R

$$y = \begin{cases} 1, \text{ falls } x \text{ gerade} \\ -1, \text{ falls } x \text{ ungerade} \end{cases}$$

U



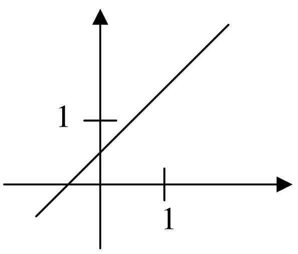


	1	2	3	4	...
	0	1	2	3	...

E

$f: y \longmapsto y^2; \; y \in R$

E



Jeder positiven reellen Zahl wird der Wert 1 zugeordnet, jeder negativen reellen Zahl wird der Wert -1 zugeordnet.

Jeder Zahl $x \in R^+$ wird der Kehrwert 1/x zugeordnet.

R

$y = 0$

STOP

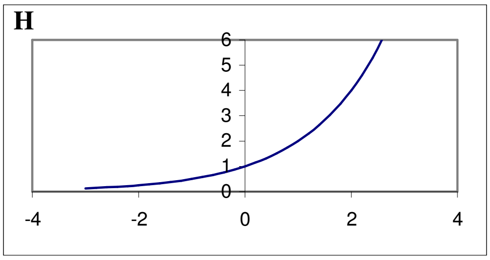
L

$f(1) = 0 \qquad f(4) = 3$

$f(2) = 1 \qquad \dots$

$f(3) = 2$

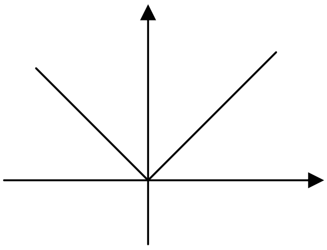
H



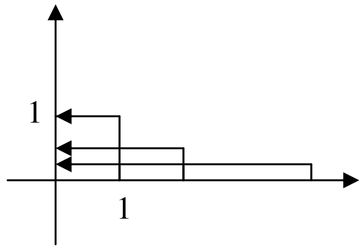
$$h(x) = \begin{cases} -x, \text{ falls } x > 0 \\ x, \text{ falls } x < 0 \end{cases}$$

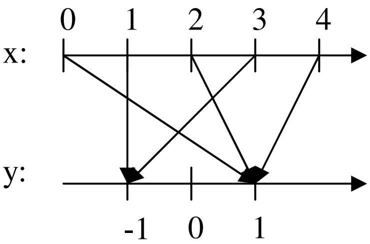
x	-2	-1	0	1	2
y	2	1	0	1	2

A



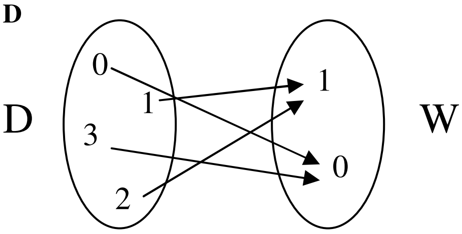
O



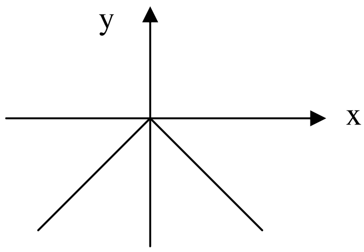


$$a(n) = \begin{cases} 2, \text{ falls } n = 1 \\ a(n-1)+1, \text{ falls } n>1 \end{cases}$$

D



E



$$y = x^2; x \in R$$

Jeder Zahl aus R wird der Wert Null zugeordnet.

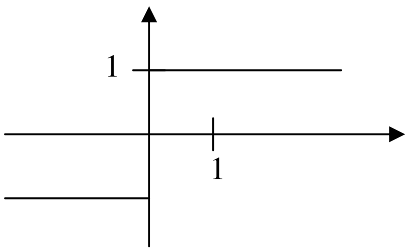
x	1	2	3	4	...
y	2	3	4	5	...

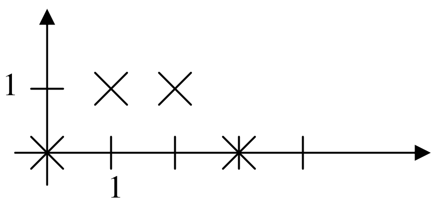
START

$f(x) = x + 0,5$

$g(z) = 2^z$

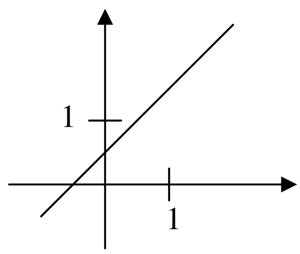
$$y = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \text{ gerade} \\ -1, & \text{falls } x \text{ ungerade} \end{cases}$$





	1	2	3	4	...
	0	1	2	3	...

$f: y \mapsto y^2;\ y \in R$



Jeder positiven reellen Zahl wird der Wert 1 zugeordnet, jeder negativen reellen Zahl wird der Wert -1 zugeordnet.

Jeder Zahl $x \in R^+$ wird der Kehrwert 1/x zugeordnet.

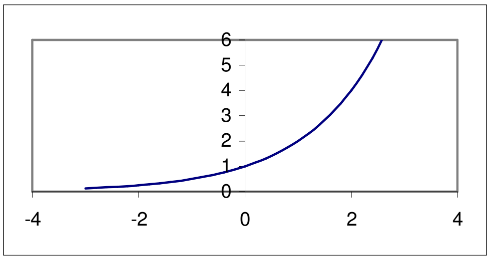
$y = 0$

STOP

$f(1) = 0$ $\quad$ $f(4) = 3$

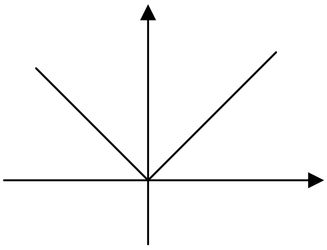
$f(2) = 1$ $\quad$ …

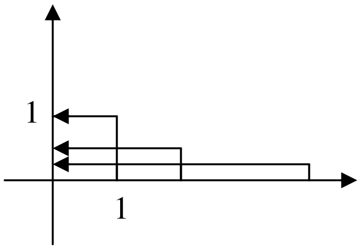
$f(3) = 2$

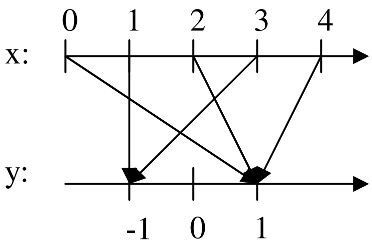


$$h(x) = \begin{cases} -x, \text{ falls } x > 0 \\ x, \text{ falls } x < 0 \end{cases}$$

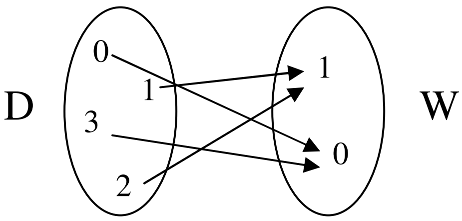
x	-2	-1	0	1	2
y	2	1	0	1	2

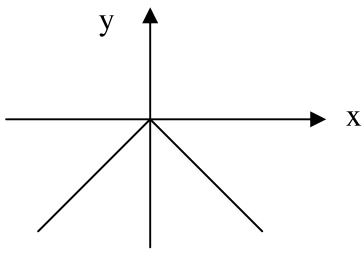






$$a(n) = \begin{cases} 2, \text{ falls } n = 1 \\ a(n-1)+1, \text{ falls } n>1 \end{cases}$$





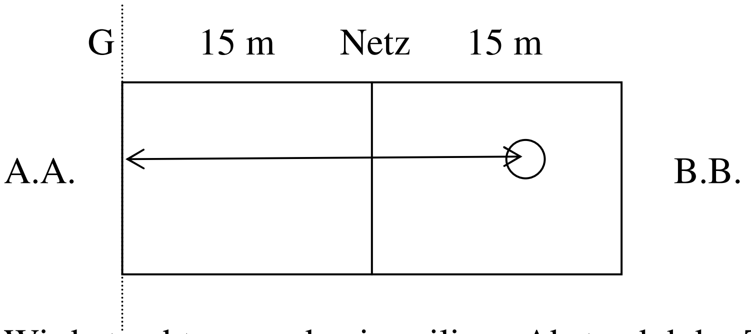
$$y = x^2;\ x \in R$$

Jeder Zahl aus R
wird der Wert Null
zugeordnet.

Station C: Interpretation von Graphen

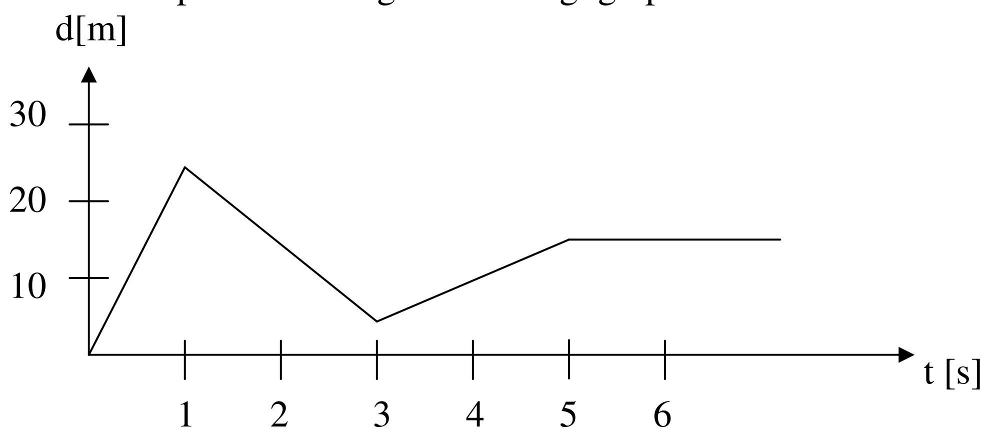
Das Tennismatch A.A. gegen B.B.

Hier geht es darum, Funktionsgraphen zu interpretieren und Vorgänge aus der Wirklichkeit mit Hilfe von Funktionsgraphen zu beschreiben (modellieren).
Zwei Tennisspieler – nennen wir sie A.A. und B.B. – tragen ein Match aus.



Wir betrachten nur den jeweiligen Abstand d des Tennisball von der Grundlinie G im Feld von A.A. Das Spielfeld sei 2 mal 15 Meter lang.

Aufgabe 1 (verpflichtend)
Das erste Spiel läßt sich grob wie folgt graphisch beschreiben.



a) Woran erkennt man, dass A.A. aufschlägt?
b) Wie weit fliegt der Ball nach dem Aufschlag? Wo etwa könnte B.B. den Ball „returniert“ haben?
c) Woran erkennt man, dass der Return langsamer ist als der Aufschlag?
d) Bestimme die Geschwindigkeit des Balls in den jeweiligen Flugphasen.
e) Was ist zum Zeitpunkt t = 5 geschehen?
f) Wer hat das Spiel gewonnen?

Aufgabe 2 (verpflichtend)
Das 2. Spiel verläuft wie folgt:
B.B. schlägt auf. Es ist bekannt, dass B.B. einen härteren Aufschlag als A.A. hat. A.A. returniert. B.B. schlägt den Ball volley zurück, leider aber ins Aus hinter die Grundlinie. Skizziere einen Graphen, der den Spielverlauf in etwa wiedergibt.

Station D: Lineare Funktionen

In dieser Station sollst Du den Umgang mit linearen Funktionen wiederholend üben.
Bearbeite die folgenden Aufgaben möglichst selbständig. Bei Schwierigkeiten helfen Dir die Hilfskarten hoffentlich „auf die Sprünge".
Kontrolliere Deine Lösungen anschließend selbst anhand des Lösungsblattes.
(Wenn Du allerdings nach der Bearbeitung dieser Station das Gefühl hast, zum Thema Lineare Funktionen noch etwas mehr tun zu müssen/wollen, hilft Dir Dein Buch weiter.

Aufgabe 1: Zuordnungsvorschriften und Schaubilder linearer Funktionen (verpflichtend)

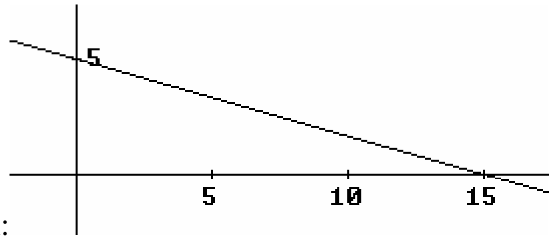
Für lineare Funktionen gibt es verschiedene Darstellungsformen (z.B. Zuordnungsvorschrift, Schaubild/Graph, Geradengleichung), die man jeweils durch „Übersetzungen" ineinander überführen kann.

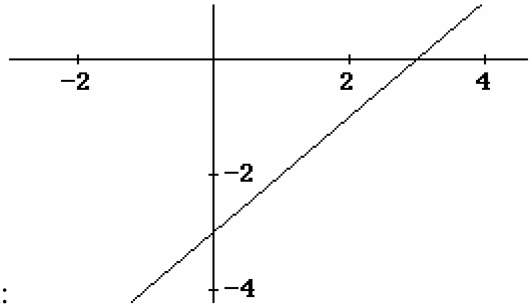
a) Hier sind die Zuordnungsvorschriften gegeben.
Gib die Steigung und den y-Achsenabschnitt der linearen Funktionen an und zeichne ihre Graphen in ein Schaubild.

$f: x \rightarrow \frac{1}{2}x - 2$

$g: x \rightarrow -\frac{4}{3}x + 1$

b) Hier sind die Schaubilder gegeben.
Gib die zugehörige lineare Funktion an, deren Schaubild die Gerade h bzw. k ist.

h: 

k: 

Aufgabe 2: Geradengleichungen linearer Funktionen

(verpflichtend: a) und b))

a) Eine Gerade verläuft durch den Punkt A(4|2) und hat die Steigung m = 3. Zeichne die Gerade und bestimme die Geradengleichung in der Form y = mx + b.
b) Eine Gerade verläuft durch die Punkte A(-2|3) und B(3|-2). Zeichne die Gerade und bestimme die Geradengleichung in der Form y = mx + b.
c) Eine Gerade verläuft durch den Punkt $A(x_A|y_A)$ und hat die Steigung m. Wie lautet die zugehörige Geradengleichung?
d) Eine Gerade verläuft durch die Punkte $A(x_A|y_A)$ und $B(x_B|y_B)$. Wie lautet die zugehörige Geradengleichung?

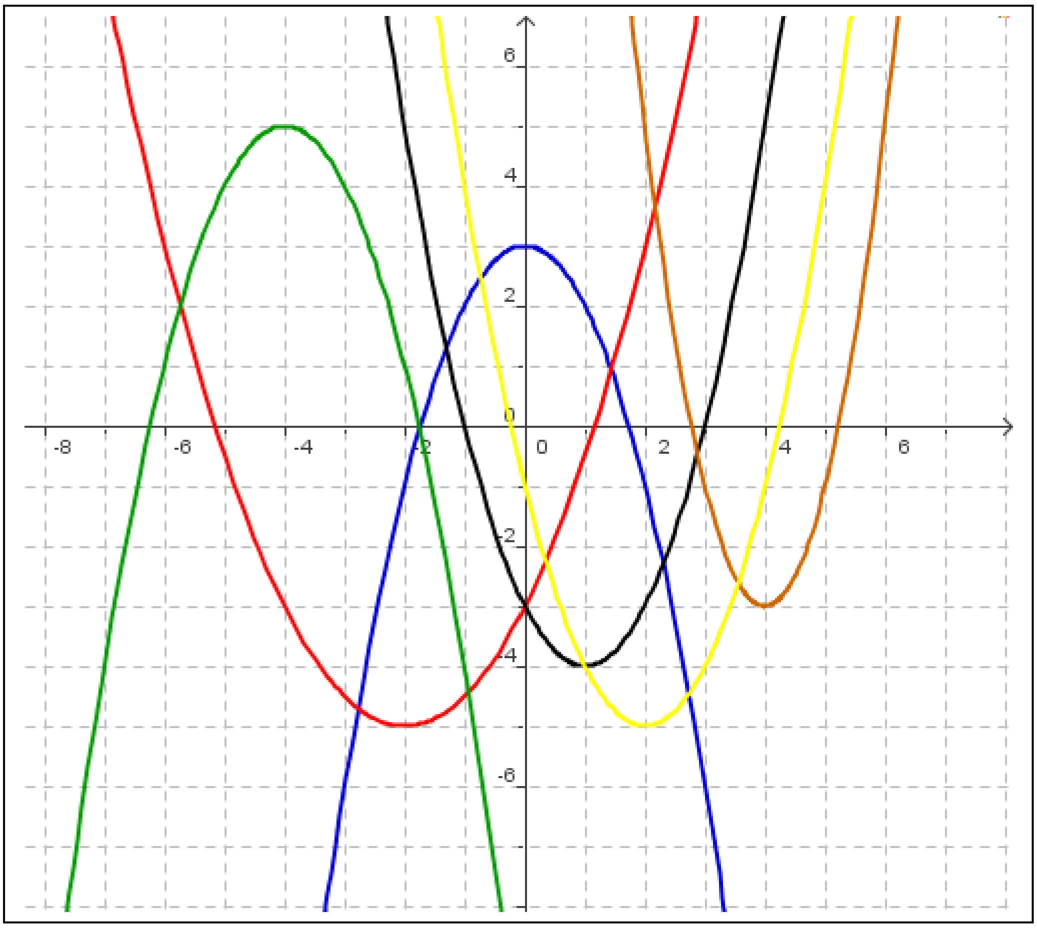
Aufgabe 3: Lagebeziehung zweier Geraden

(freiwillig)

a) Bestimme zeichnerisch und rechnerisch den Schnittpunkt S der Geraden mit den Gleichungen $f(x) = -2/3\cdot x + 4/3$ und $g(x) = 5/2\cdot x + 9/2$.
b) Wann sind zwei Geraden parallel? Gib eine parallele Gerade zu f an.
c) Wann sind zwei Geraden orthogonal? Versuch, eine geeignete Bedingung hierfür herauszufinden.

Station E: Quadratische Funktionen

Aufgabe 1: Graphen quadratischer Funktionen (verpflichtend)



Im Schaubild sind die Graphen der folgenden Funktionen zu sehen. Welcher Graph passt zu welcher Funktionsgleichung?

- $f(x) = 0{,}5x^2 + 2x - 3$
- $g(x) = -x^2 + 3$
- $h(x) = -(x + 4)^2 + 5$
- $k(x) = 2x^2 - 16x + 29$
- $m(x) = x^2 - 2x - 3$

Ein Funktionsterm fehlt. Bei welchem Graph? Bestimme den Funktionsterm.

Aufgabe 2: Nullstellen quadratischer Funktionen (verpflichtend)

Überlege Dir zuerst, wie Du Nullstellen quadratischer Funktionen allgemein berechnen kannst. Berechne dann die Nullstellen der folgenden quadratischen Funktionen.

a) $f(x) = x^2 + 8x - 3$

b) $g(x) = x^2 - 9x$

c) $h(x) = 2x^2 + 4x - 6$

Aufgabe 3: Scheitelpunkt einer Parabel (freiwillig)

a) Den Scheitelpunkt des Graphen einer quadratischen Funktion kann man mit Hilfe der sog. Quadratischen Ergänzung bestimmen. Schau nötigenfalls in Deinem Mathematikbuch der 9. Klasse nach wie das geht. Bestimme die Koordinaten des Scheitelpunkts zur Funktion f mit $f(x) = x^2 + 8x + 15$. Kontrolliere das Ergebnis zeichnerisch.

b) Bestimme den Scheitelpunkt der Parabel h aus Aufgabe 2c). Wie hängen der Scheitelpunkt und die Nullstellen zusammen?

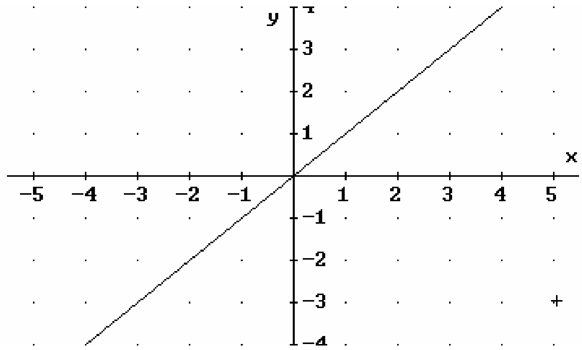
Station F: Potenz- u. Exponentialfunktion

Aufgabe 1 (verpflichtend)

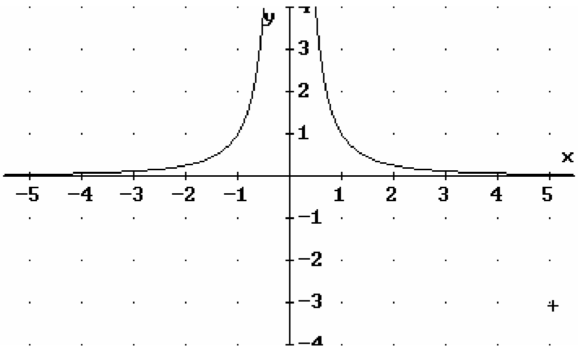
Erstelle eine Tabelle wie unten und ordne die Graphen den in der Tabelle gegebenen Potenzfunktionen zu. Bestimme jeweils die Definitions- und Wertemenge.

Funktionsterm	Graph	Definitionsmenge	Wertemenge
$f(x) = x$			
$f(x) = x^2$			
$f(x) = x^3$			
$f(x) = x^{-1}$			
$f(x) = x^{-2}$			
$f(x) = x^{1/2}$			

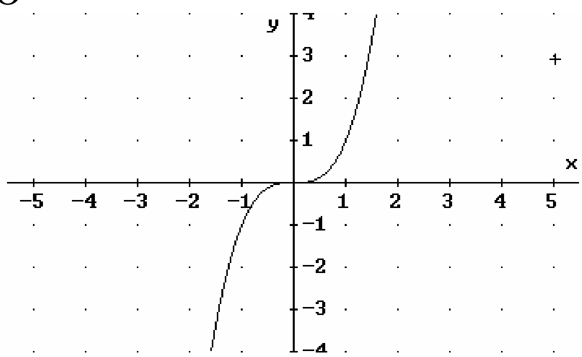
S



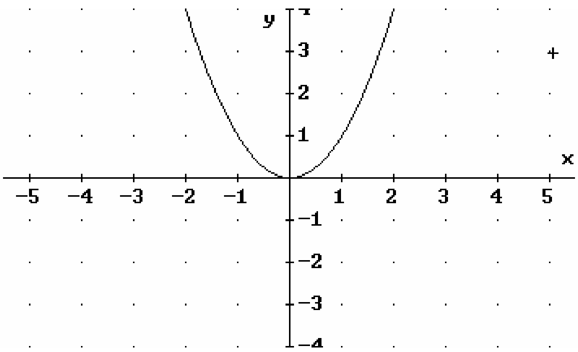
Z



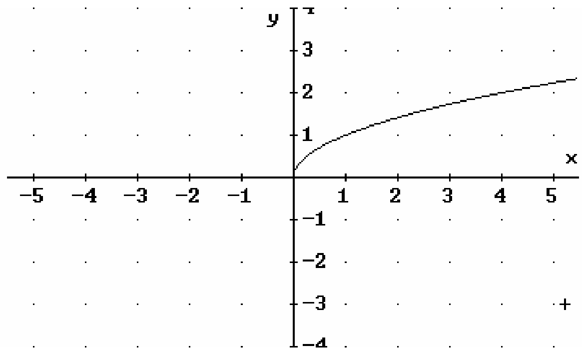
O



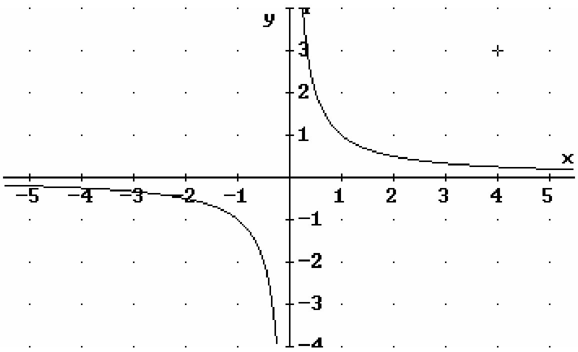
F



A



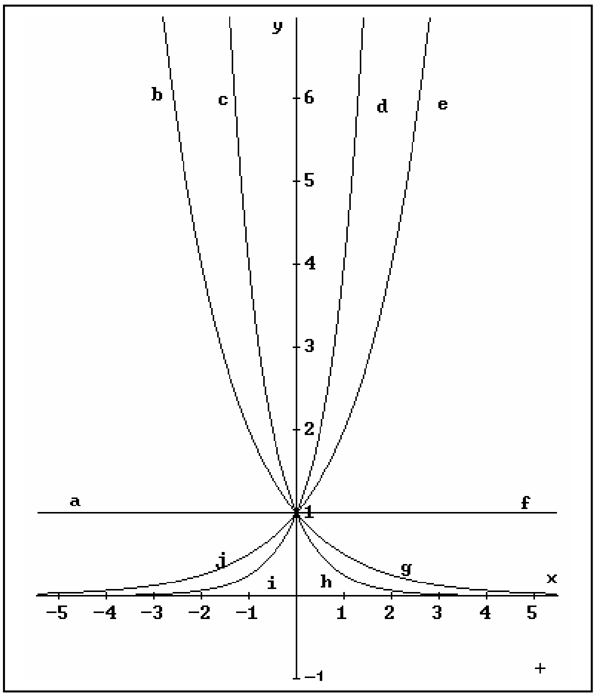
R



Aufgabe 2 (verpflichtend)

Im Schaubild sind die Graphen der Funktionen mit $x \rightarrow b^x$ für b = ¼, ½, 1, 2, 4 zu sehen. Ordne die durch Buchstaben gekennzeichneten Graphenteile den richtigen Funktionstermen zu. Hilfe: Achte auf die Funktionswerte an den Stellen 1 und –1. Übertrage die Graphen in dein Heft und färbe sie gemäß der Tabelle ein.

Funktionsterm	Graphenteile	Farbe des Graphen
$f(x) = (\frac{1}{4})^x$		Rot
$f(x) = (\frac{1}{2})^x$		Gelb
$f(x) = 1^x$		Schwarz
$f(x) = 2^x$		Grün
$f(x) = 4^x$		Blau



Welche der gegebenen Funktionen sind (keine) Exponentialfunktionen?

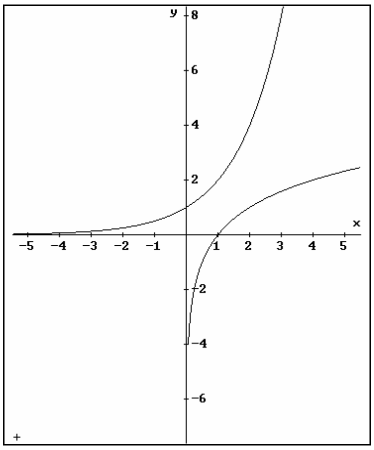
Aufgabe 3 (freiwillig)

Im Schaubild A sind die Graphen der Funktionen mit $x \rightarrow 2^x$ und $x \rightarrow \log_2 x$ zu sehen. Im Schaubild B sind die Graphen der Funktionen mit $x \rightarrow x^2$ und $x \rightarrow \sqrt{x}$ zu sehen.

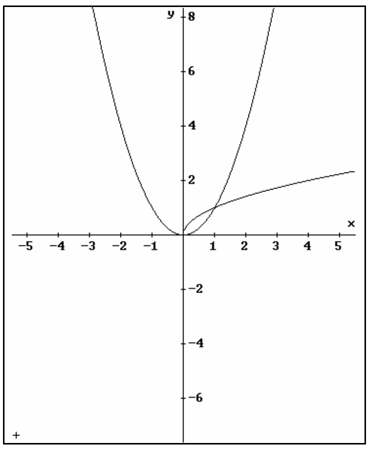
3.1) Welche Zusammenhänge bestehen zwischen den Funktionen bzw. zwischen den Graphen?

3.2) Skizziere analog die Graphen der Funktionen mit $x \rightarrow \log_4 x$ und $x \rightarrow x^{1/3}$.

A

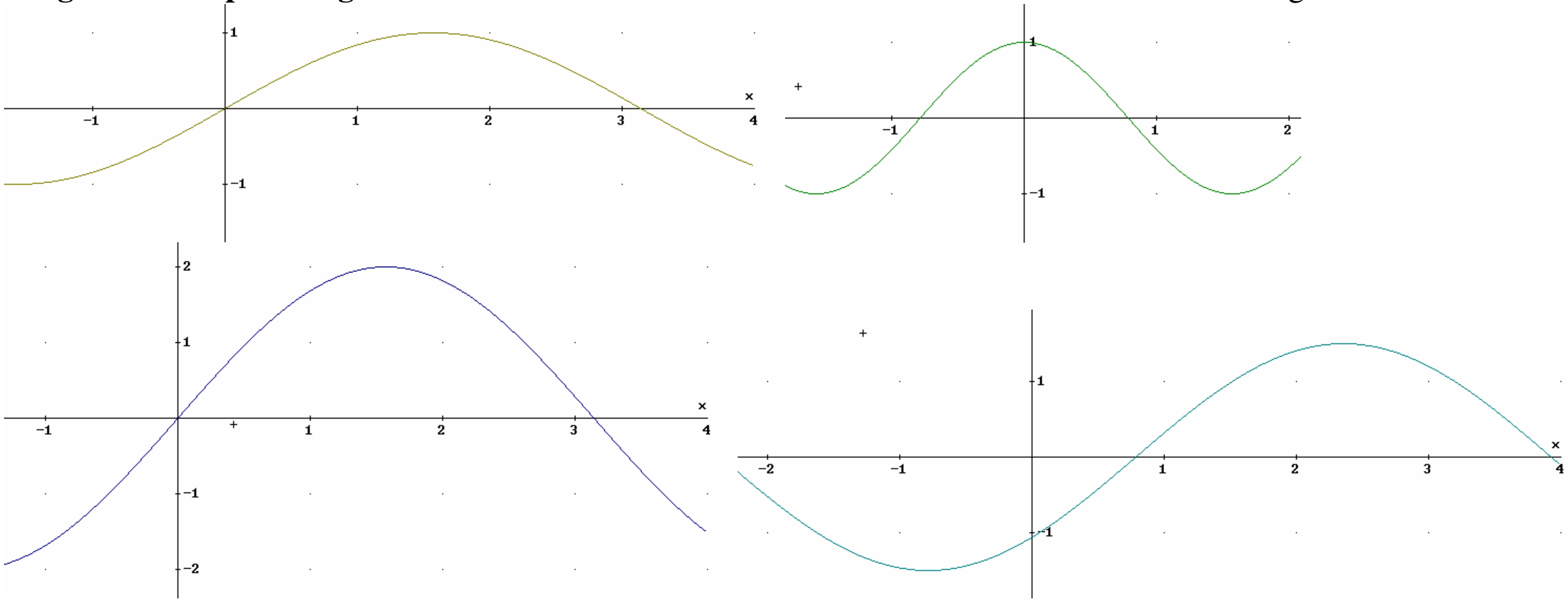


B



Station G: Trigonometrische Funktionen

Aufgabe 1: Graphen trigonometrischer Funktionen: Notiere die Funktionsvorschriften der abgebildeten vier Funktionen!



Aufgabe 2: Wichtige Werte und Formeln: Ergänze zu einer wahren Aussage:

$\tan \pi =$	$(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 =$	$\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} =$	$\sin \pi =$	$\cos \alpha = \frac{1}{2} \qquad \alpha =$	$\cos \frac{\pi}{4} =$
$\sin 3\pi =$	$\sin \alpha = 1 \qquad \alpha =$	$\sin 45° =$	$\cos 390° =$	$\tan \alpha = 1 \qquad \alpha =$	$\sin \frac{5}{6}\pi =$
$\cos 7\pi =$	$\cos(\alpha) = \sin(\qquad)$	$\sin(-\frac{1}{6}\pi) =$	$\sin 120° =$	$\sin \alpha = \frac{1}{2}\sqrt{2} \qquad \alpha =$	$\tan 60° =$

Station H: Anwendungen

Hier sind Aufgaben aus dem realen Leben zu bearbeiten ! Die Bearbeitung von einer Aufgabe ist Pflicht. Also, los geht's !!!

Ein kleiner Hinweis zu Beginn: Selbstverständlich kannst du dir die Reihenfolge in der Bearbeitung der Aufgaben selbst aussuchen. Aber du solltest wissen, dass die folgenden vier Aufgaben von „leicht“ nach „schwer“ angeordnet sind !

Aufgabe 1)
Die Neubaustrecke Hannover-Würzburg der Bundesbahn fällt von Kilometer 113 bis zum Kilometer 120 gleichmäßig ab.
An der Einfahrt zum Rauheberg-Tunnel (bei Kilometer 114,5) beträgt die Höhe 264,5 m über NN. Bei der Ausfahrt aus dem Tunnel (bei Kilometer 119,5) liegt die Strecke nur noch 199,5 m über NN.
Welche Höhe über NN hat die Bahnstrecke in der Mitte des Rauheberg-Tunnels
(bei Kilometer 117), an der Einfahrt des Mackenrodt-Tunnels
(bei Kilometer 113) und kurz vor der Werrabrücke (bei Kilometer 120) ?
Für ihre Berechnungen müssen die Bahnbeamten außerdem noch wissen, bei welchem Kilometer die Höhe der Bahnstrecke 245 m bzw. 271 m über NN
beträgt !?

Ganz schön knifflig !
Aber vielleicht hilft dir der Tip
Lineare Funktionen weiter ?!

Aufgabe 2)
Eine Bundesstraße führt unter einem Kanal hindurch. Der Verlauf der Straße im Tunnel bildet einen Parabelbogen. Auf diese Weise kann die Höhenlage durch eine quadratische Gleichung beschrieben werden.

Zur Erinnerung:
Die allgemeine Form
der quadratischen Gleichung
lautet: $y = ax^2 + b$

In der Tunnelmitte liegt die Fahrbahn 20m unter dem Wassrspiegel, am rechten und linken Tunnelende, die beide jeweils 200m von der Tunnelmitte entfernt sind, nur noch 12m unter dem Wasserspiegel.

a) Fertige zunächst eine Skizze des Tunnels und der Bundesstraße an.
b) Nun ist es deine Aufgabe, mit Hilfe der in der Zeichnung angegebenen Maße für den Tunnelverlauf die Parameter a und b zu bestimmen und die Funktionsgleichung für die Parabel zu notieren.
c) Wenn nun die horizontale Entfernung vom Eingang 150 m beträgt, wie tief liegt dann innerhalb des Tunnels die Straße unter der Wasseroberfläche ?

Aufgabe 3)
Nun sag' bloß, dir ist der Name *Johannes Kepler* noch nie begegnet ?!
Er lebte von 1571 bis 1630, hat das Planetensystem untersucht und dabei einige Gesetzmäßigkeiten entdeckt. Zu ihnen zählt das dritte keplersche Gesetz, das du anhand folgender Tabelle selbst nachentdecken kannst: Die Wertetabelle zeigt die mittlere Sonnenentfernung des Planeten (in AE) und die Umlaufzeit (in Erdjahren).

Planet	Merkur	Venus	Erde	Mars	Jupiter	Saturn
r (AE)	0,3871	0,7233	1,0000	1,5237	5,2028	9,5389
T (Erdjahre)	0,2408	0,6152	1,0000	1,8808	11,8616	29,4563

Natürlich erkennst du leicht, dass ein funktionaler Zusammenhang bestehen könnte, nicht so leicht ist es jedoch herauszufinden, welcher dies ist.
Versuch es doch einmal mit einer Potenzfunktion, wobei der mittleren Sonnenentfernung die Umlaufzeit zugeordnet wird!

Ein Tip:
Die allgemeine Form
einer Potenzfunktion
lautet $y = a\,x^b$

Erkundige dich als Hausaufgabe in deinem alten Mathebuch, in deinem Physikbuch, in einem Lexikon oder im Internet über die richtigen Werte von a und b und teste deine Funktion anschließend mit den Werten aus der Tabelle !

Aufgabe 4)
Wie du aus deinem Biologieunterricht weißt, vermehren sich Hasen ungeheuer schnell.
Wir wollen nun wissen, wie sich Schneehasen auf einer Insel fortpflanzen, ohne dass Räuber o.ä. berücksichtigt werden ....

Damit du den Text leichter verstehst gebe ich dir einige begriffliche Erklärungen:
***Ausgangswert* : Anzahl der Tiere im betrachteten Monat**
***Neuer Wert* : Anzahl der Tiere im darauffolgenden Monat**
***Zuwachs und Veränderung* : Differenz von neuem Wert und Ausgangswert**

Wir betrachten nun zwei einfache Modelle:
Modell 1:
Auf einer Insel leben 100 Schneehasen. Die Veränderung der Schneehasenzahl ist in jedem Monat gleich. Es kommen immer 20 Hasen dazu.
Modell 2:
Auf einer Insel leben 100 Schneehasen. Die Veränderung der Schneehasenzahl ist in jedem Monat abhängig von der Anzahl der lebenden Hasen. Der monatliche Zuwachs ist ein zwanzigstel von der Anzahl der vorhandenen Tiere.

Und nun besteht deine Aufgabe darin
a) in jedem der zwei Modelle die Anzahl der Schneehasen nach einem, zwei, ..., zehn Monaten zu berechnen (Wertetabelle und Schaubild),
b) die Funktionsvorschriften für die beiden ersten Modelle anzugeben.