$\underline{\alpha(k)}$: $\vec{x}' = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{18}{5} \\ \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right] + \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} - 2 \cdot t \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

k ist keine Fixpunktgerade, aber eine <u>Fixgerade</u>.

<u>Fixgeraden, Eigenwerte und Eigenvektoren</u>

<u>Def</u>: Sei M eine (quadratische) Matrix. Ist $\vec{v} \neq \vec{0}$ und gilt

$$M \cdot \vec{v} = \lambda \cdot \vec{v} \quad \text{für } \lambda \in \mathbb{R}$$

so heißt $\vec{v}$ Eigenvektor der Matrix M zum Eigenwert λ („lambda")

<u>Bsp</u>: a)

$$M = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{18}{5} \\ \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \end{pmatrix}$$

$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ ist Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda_1 = 1$

$\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ ist Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda_2 = -2$

b) Jeder Vektor $(\neq \vec{0})$ ist Eigenvektor der Einheitsmatrix zum EW 1

<u>Bestimmung von Eigenwerten und Eigenvektoren</u>

$$M \cdot \vec{v} = \lambda \cdot \vec{v}$$
$$M \cdot \vec{v} - \lambda \cdot \vec{v} = \vec{0}$$
$$M \cdot \vec{v} - \lambda \cdot E \cdot \vec{v} = \vec{0}$$
$$(M - \lambda \cdot E) \cdot \vec{v} = \vec{0}$$

Die Matrix $M - \lambda E$ kann also nicht invertierbar sein, d.h. $\det(M - \lambda \cdot E) = 0$

Im Beispiel $M = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{18}{5} \\ \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \end{pmatrix}$

$$\det(M - \lambda \cdot E) = \det\left(M - \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \right)$$
$$= \det \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} - \lambda & \frac{18}{5} \\ \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} - \lambda \end{pmatrix}$$
$$= \left(-\frac{1}{5} - \lambda\right) \cdot \left(-\frac{4}{5} - \lambda\right) - \frac{54}{25}$$
$$= \frac{4}{25} + \lambda + \lambda^2 - \frac{54}{25}$$
$$= \lambda^2 + \lambda - 2$$

$$\lambda^2 + \lambda - 2 = 0 \iff \lambda_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 2}$$

$$= -0{,}5 \pm 1{,}5$$

$$\lambda_1 = 1 \qquad \lambda_2 = -2$$

Um die zugehörigen Eigenvektoren zu finden, löst man das zugeh. LGS $M \cdot \vec{v} = \lambda \cdot \vec{v}$

bzw. $(M - \lambda \cdot E) \cdot \vec{v} = \vec{0}$

Im Beispiel: $\lambda_2 = -2$

$$\left(\begin{array}{cc|c} -\frac{1}{5} - (-2) & \frac{18}{5} & 0 \\ \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} - (-2) & 0 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cc|c} \frac{9}{5} & \frac{18}{5} & 0 \\ \frac{3}{5} & \frac{6}{5} & 0 \end{array}\right)$$

$$\to \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$